

平成 29 年度入学者選抜学力検査予想問題

数 学

注 意

- 1 監督者の「始め」の合図があるまでは、開いてはいけません。
- 2 検査時間は、11時40分から12時30分までの50分間です。
- 3 大きな問題は全部で6問で、表紙を除いて7ページです。
また、別に解答用紙が、(1)、(2)の2枚あります。
- 4 監督者の「始め」の合図があったら、すぐに受検番号をこの表紙と解答用紙(1)、(2)のきめられた欄に書きなさい。
- 5 答えは、できるだけ簡単な形で表し、必ず解答用紙のきめられた欄に書きなさい。
- 6 監督者の「やめ」の合図があったら、すぐやめて、筆記用具をおきなさい。

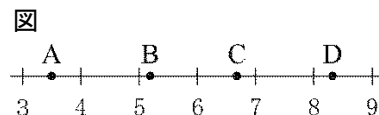
受 検 番 号	番
---------	---

1 次の 1～14 に答えなさい。

1 $-5 \times (-6)$ を計算しなさい。

2 $\frac{15}{2}x^3y^3 \div \frac{3}{4}xy^2$ を計算しなさい。

3 右図で、数直線上の 4 つの点 A, B, C, D のうち、1 つは $3\sqrt{5}$ を表している。その点の記号を書きなさい。



4 $\frac{x-3}{2} - \frac{x-1}{5}$ を計算しなさい。

5 「 x を 7 倍して 3 をひいた数は、50 より大きい。」この数量の間の関係を不等式で表しなさい。

栃木県私塾協議会

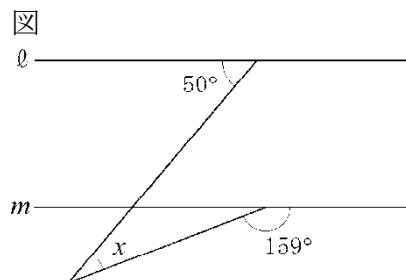
6 等式 $\frac{b}{5} - 2 = a$ を、 b について解きなさい。

7 二次方程式 $(x+3)(x-3) = -8x$ を解きなさい。

8 一次関数 $y = -\frac{3}{2}x + 5$ について、 x の増加量が 6 のときの y の増加量を求めなさい。

9 $(x-2)^2 + 6(x-2) + 5$ を因数分解しなさい。

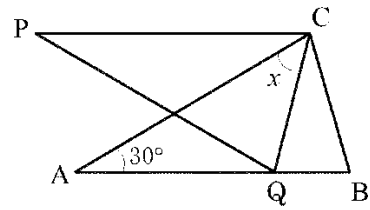
10 右の図 1 において、2 直線 ℓ , m は平行である。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



- 11 右の図において、 $\triangle ABC$ は、 $AB=AC$ 、 $\angle BAC=30^\circ$ の二等辺三角形である。

また、 $\triangle PQC$ は、 $PC \parallel AB$ となるように、 $\triangle ABC$ を、点 C を中心として回転移動させたものである。

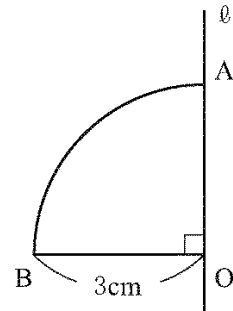
$\angle x$ の大きさを求めなさい。



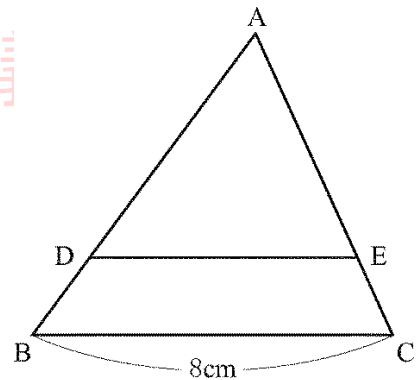
- 12 右の図のおうぎ形 OAB は、半径 3 cm 、中心角 90° である。

このおうぎ形 OAB を、 AO を通る直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。

ただし、円周率は π とする。

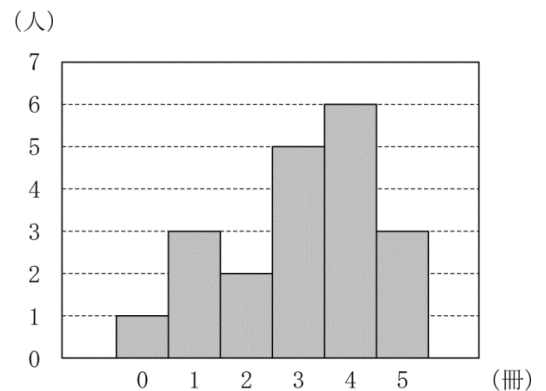


- 13 右の図のように、 $\triangle ABC$ の 2 辺 AB 、 AC 上にそれぞれ点 D 、 E があり、 $DE \parallel BC$ である。 $BC=8\text{ cm}$ 、 $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ の面積の比が $9 : 16$ のとき、線分 DE の長さを答えなさい。



- 14 ある中学校の図書委員 20 人の 1 か月間に読んだ本の冊数を調べた。右の図は、その結果を表したものである。図書委員 20 人が読んだ本の冊数について、右の図から読み取れることとして最も適当なものを、次の(ア)～(エ)から 1 つ選べ。

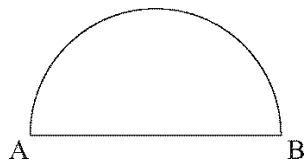
- (ア) 分布の範囲は、4 冊である。
- (イ) 平均値は、3.2 冊である。
- (ウ) 最頻値 (モード) は、2 冊である。
- (エ) 中央値 (メジアン) は、3 冊である。



2 次の1～3に答えなさい。

1 下の図のように、線分 AB を直径とする半円があります。点 C, D を弧 AB 上の点とし、点 A に近い方から、点 C, D とします。 $AB \parallel CD$, $AB : CD = 2 : 1$ である線分 CD を、定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし、点を示す記号 C, D をかき入れ、作図に用いた線は消さないこと。

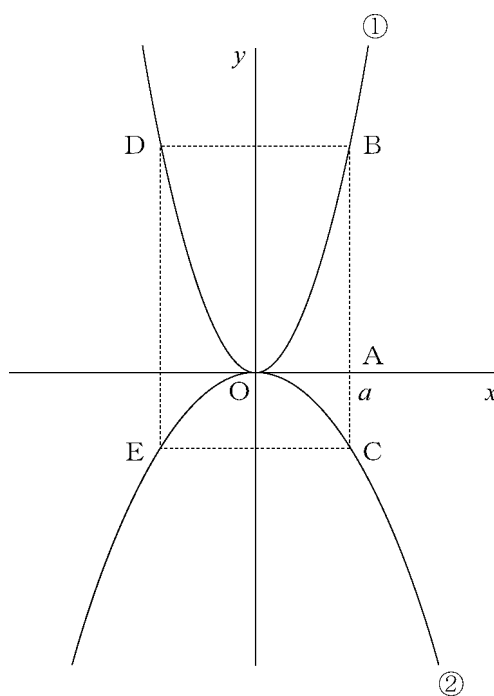


2 大小2つのさいころを同時に投げ、大きいさいころの出た目の数を a , 小さいさいころの出た目の数を b とするとき、 $\frac{a+b}{4}$ が整数となる確率を求めなさい。

栃木県私塾協議会

3 右の図のように、関数 $y=x^2$ のグラフ…①と関数 $y=-\frac{1}{3}x^2$ のグラフ…②がある。

x 座標が a である点 A を x 軸上にとり、点 A を通り、 x 軸に垂直な直線と①, ②との交点をそれぞれ B, C とする。また、点 B, C と y 軸について対称な点をそれぞれ D, E とする。四角形 BDEC が正方形になるとき、 a の値を求めなさい。ただし、 $a > 0$ とする。



3

次の 1, 2 に答えなさい。

1 Aさんの家からBさんの家までの道は1通りで、この道の途中にはC商店があり、Aさんの家からC商店までは上り坂、C商店からBさんの家までは下り坂であり、これら2つの坂の斜面の傾きの角度は等しく、Aさんの家からBさんの家までの道のりは1200 mである。

また、Aさんはこの道の坂を上るときは分速50 mで歩き、この道の坂を下るときは分速60 mで歩く。

ある日、Aさんは午前8時に自宅を出発して、C商店を通過してBさんの家までこの道を歩いて行った。Aさんは、Bさんの家でBさんと一緒に1時間勉強していたところ、ノートが足りなくなったのでC商店までこの道を歩いて買いに行った。Aさんは、C商店で5分間買い物をした後、Bさんの家までこの道を歩き、午前9時39分にBさんの家に着いた。

このとき、Aさんの家からC商店までの道のりと、C商店からBさんの家までの道のりを求めなさい。ただし、Aさんの家からC商店までの道のりを x m、C商店からBさんの家までの道のりを y m として方程式をつくり、答えを導くまでの途中経過も書きなさい。

2 太一さんは、連続する2つの奇数の積に1を加えると、どのような数になるかを、次のように調べ、予想した。太一さんの〔予想〕がいつでも成り立つことを、 n を整数として、説明しなさい。

〔調べたこと〕 連続する2つの奇数が、

$$1, 3 \text{ のとき } 1 \times 3 + 1 = 4 = 2^2$$

$$3, 5 \text{ のとき } 3 \times 5 + 1 = 16 = 4^2$$

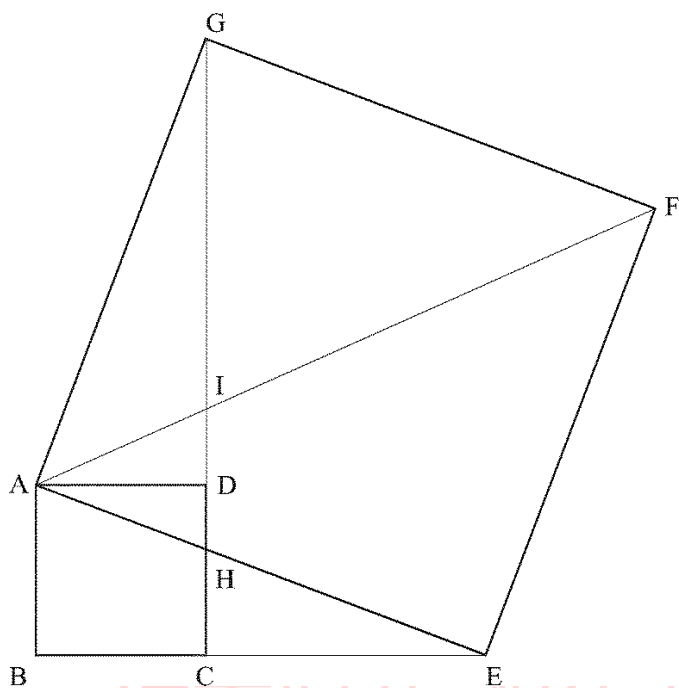
$$5, 7 \text{ のとき } 5 \times 7 + 1 = 36 = 6^2$$

〔予想〕 これらのことから、連続する2つの奇数の積に1を加えると、それら2つの奇数の間にある偶数の2乗になるだろう。

〔説明〕

4 次の1, 2に答えなさい。

1 下の図で、四角形 ABCD と四角形 AEF G はともに正方形であり、点 E は辺 BC の延長線上にある。また、辺 AE と CD との交点を H、線分 AF と DG との交点を I とする。



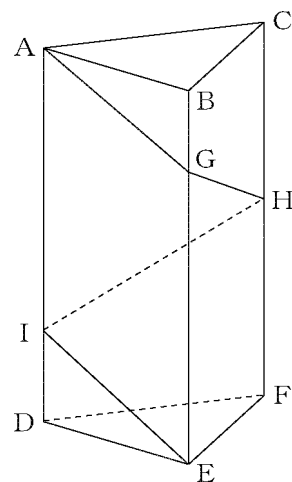
栃木県私立協議会

(1) このとき、 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$ であることを証明しなさい。

(2) $BC=2\text{ cm}$, $CE=4\text{ cm}$ のとき、 $AI : IF$ を求めなさい。

2 右の図は、側面がすべて長方形の三角柱 $ABC-DEF$ であり、 $AB=4\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$, $CA=5\text{ cm}$, $BE=12\text{ cm}$ である。辺 BE 上に点 G, 辺 CF 上に点 H, 辺 AD 上に点 I をとり、点 A と点 G, 点 G と点 H, 点 H と点 I, 点 I と点 E をそれぞれ結ぶ。

$AG+GH+HI+IE$ の長さが最小となるとき、その長さを求めなさい。



5 図1, 図2のように, それぞれ一定の割合で水を出すことができる蛇口A, B, Cを使って, 水そうア, イ, ウに水を入れる。最初, 蛇口Aだけを開き, その5分後に蛇口Bを, さらにその5分後に蛇口Cを開く。蛇口Aは水そうアが満水になったら閉じるものとし, 蛇口B, Cもそれぞれ水そうイ, ウが満水になったら閉じるものとする。図3は, 蛇口Aを開いてから x 分後のそれぞれの水そうの水の量を y として, x と y の関係をグラフに表したものである。このとき, 次の1~4に答えなさい。

- 1 蛇口Aから出る水の量は毎分何 l か。求めなさい。
- 2 水そうウの水の量が $20l$ になったとき, 水そうアの水の量は何 l か。求めなさい。

3 水そうイについて, $10 \leq x \leq 30$ のときの x と y の関係をグラフに表しなさい。

4 蛇口Cを開いた後, 水そうイと水そうウの水の量が等しくなるのは, 蛇口Aを開いてから何分後か。すべて求めなさい。

図1

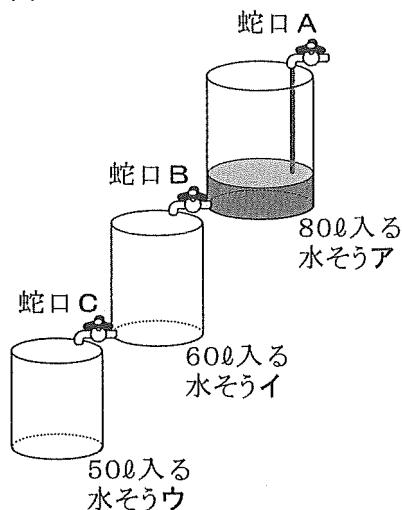


図2

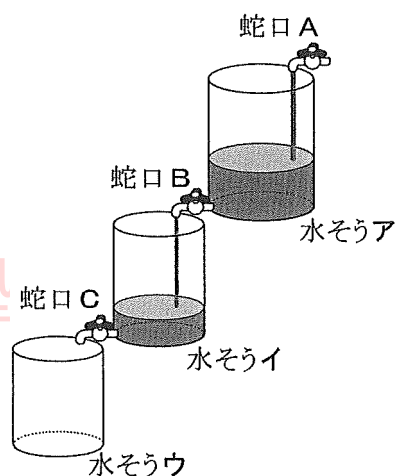
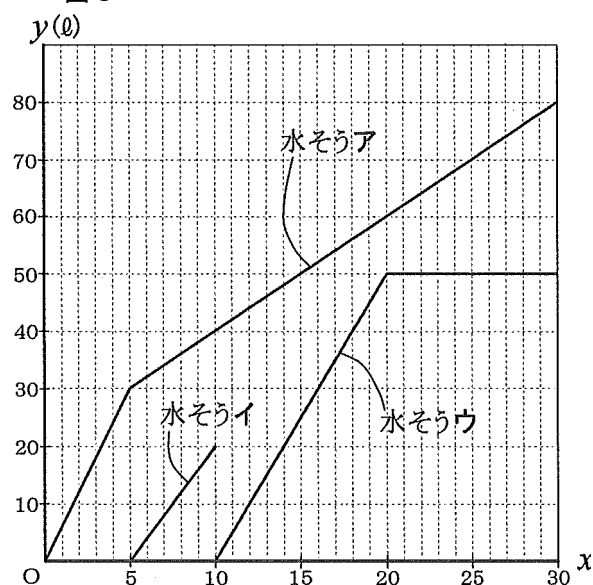


図3



栃木県私塾

- 6 下の図1のように、1辺の長さが1cmの正方形が縦に3マス、横にいくつも並んだ表が、長いテープに印刷されている。この表に、1, 2, 3, …と連続する番号を1マスに一つ書き込むことにした。書き込むマス目は、表の左上のマス目から始めて、その下に2マス、右に2マス、上に2マス、右に2マス、…のように、2マスずつ下, 右, 上, 右の順をくり返しながらい進んでいくものとする。図2は12までの番号が書き込まれたものである。

図1

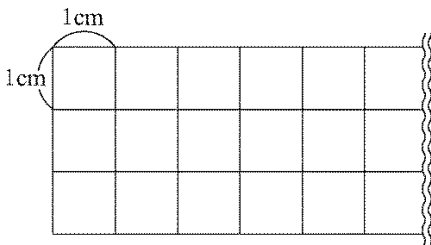


図2

	1列	2列	3列	4列	5列	6列
1行	1		7	8	9	
2行	2		6		10	
3行	3	4	5		11	12

また、マス目の位置を表すため、図2のように、表のマス目を上から順に1行, 2行, 3行とし、左から順に1列, 2列, 3列, 4列, …として、上から□行目, 左から△列目にあるマス目の位置を[□行, △列]と表すことにした。例えば、「11」のマス目の位置は、[3行, 5列]と表される。

このとき、次の1、2の間に答えなさい

- 1 下の説明は、ある番号のマス目の位置について述べたものである。□(ア) ~ □(ク) に入る数を書きなさい。

説明

図2の表に続きを書き込んでいき、各番号のマス目の位置が何行目になるか書き出してみると、次のようになります。

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	…
行	1	2	3	3	3	2	1	1	1	2	3	3	3	2	1	1	1	…

行の欄に書かれた数は、左端から □(ア) 個を一つのまとまりとしてくり返されています。これらのまとまりを図2の表で考えると、「1」から数えて、 □(ア) 個の番号が書かれたマス目のまとまりごとに、列は □(イ) 列分必要となります。

このことをもとにして「19」のマス目の位置を考えると、

$$19 = \square(ア) \times \square(ウ) + \square(エ)$$

「19」は、[1行, □(イ) × □(ウ) 列]から、□(エ) マス進めた位置になります。

よって、

「19」のマス目の位置は、[□(オ) 行, □(カ) 列]です。

同じように考えると、

「2014」のマス目の位置は、[□(キ) 行, □(ク) 列]です。

- 2 番号が書き込まれた表に，下の色の塗り方に従って色を塗る。 を読み，あとの問いに答えなさい。

色の塗り方

1 辺の長さが 1 cm の正方形のカードを，ある番号が書かれたマス目に重なるように置き，このカードを別の番号が書かれたマス目に平行移動させ，カードが通過した部分に色を塗る。

例えば，「1」のマス目に置いたカードを「11」のマス目に平行移動させ，カードが通過した部分に色を塗ると図 3 の灰色の図形になる。

図 3

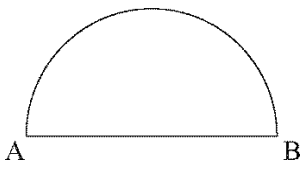
	1列	2列	3列	4列	5列	6列
1行	1		7	8	9	
2行	2		6		10	
3行	3	4	5		11	12

1 辺の長さが 1 cm の正方形のカードを，「33」の番号が書かれたマス目に重なるように置く。このカードを「43」のマス目に平行移動させ，さらに「47」のマス目に平行移動させて，カードが通過した部分に色を塗る。

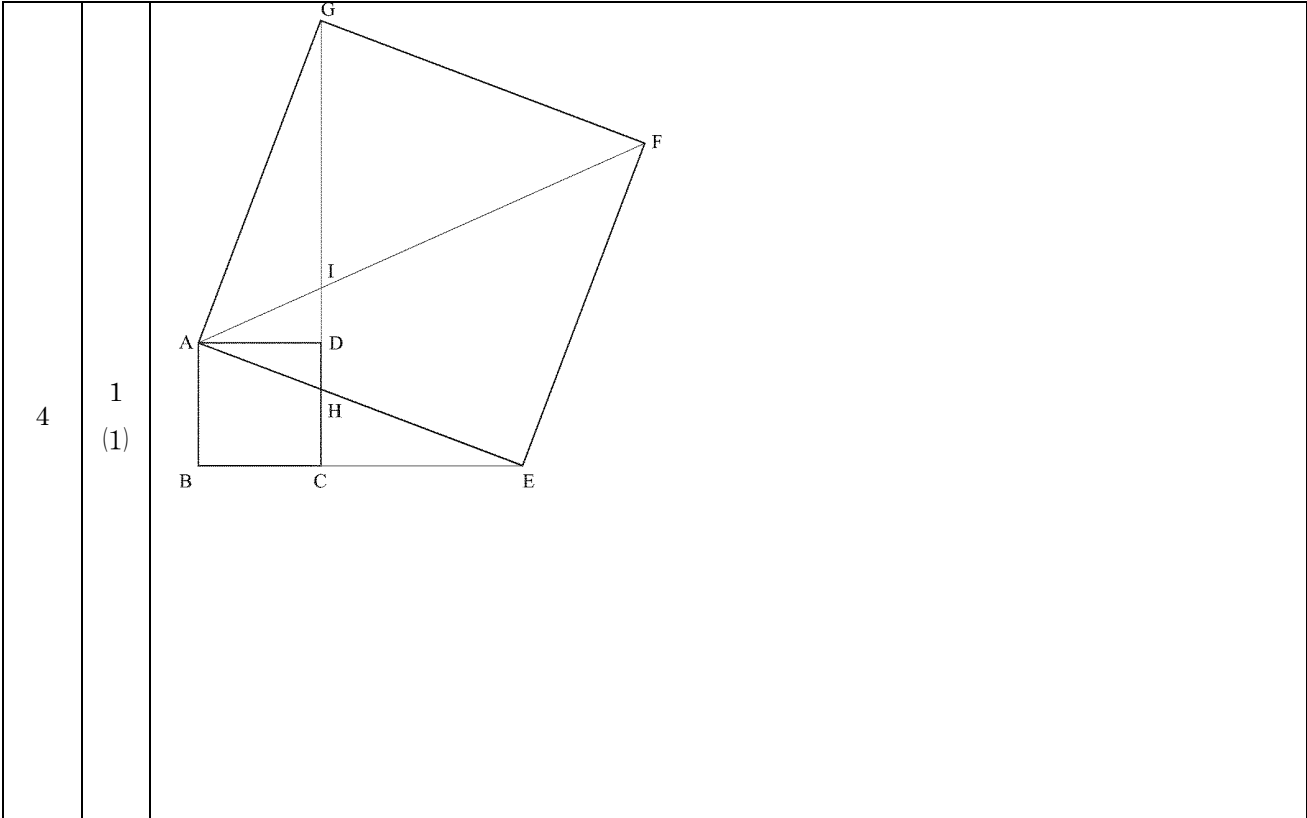
このとき，色を塗ってできる図形の面積を求めなさい。

栃木県私塾協議会

解答用紙

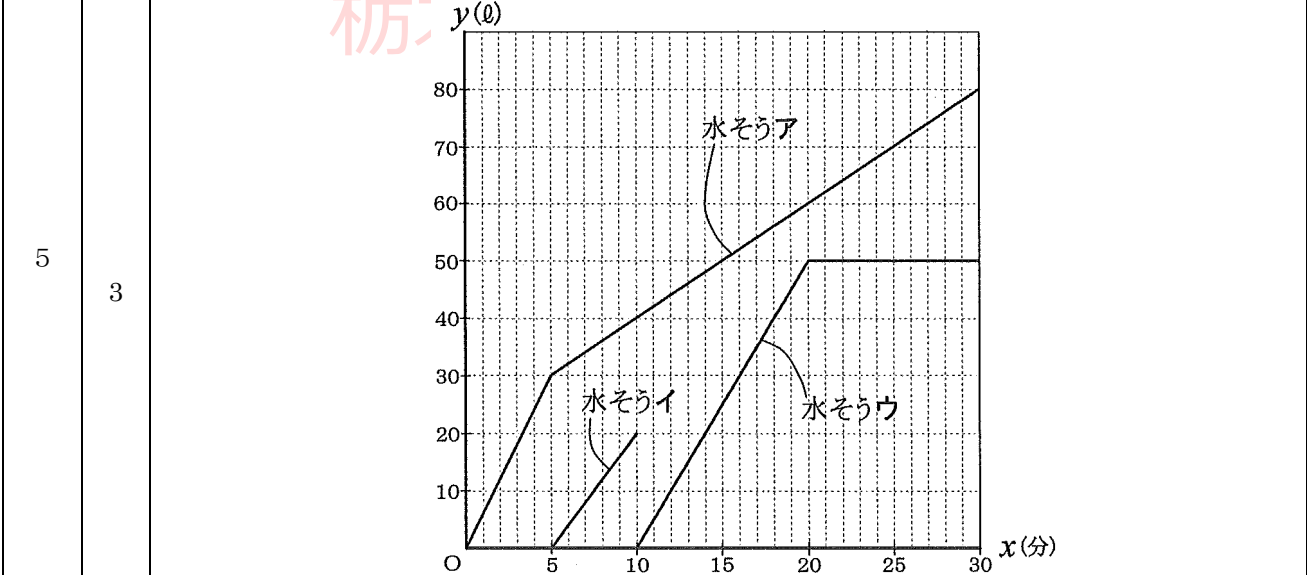
I	1		2	
	3		4	
	5		6	
	7		8	
	9		10	
	11		12	
	13	cm	14	
2	1			
	2		3	
3	1	[答] Aさんの家からC商店までの道のり m C商店からBさんの家までの道のり m		
	2			

栃木県私塾協議会



(2) cm^2 2 cm

1 毎分 () ℓ 2 ℓ



4 分後

6

1

ア		イ		ウ		エ	
オ		カ		キ		ク	

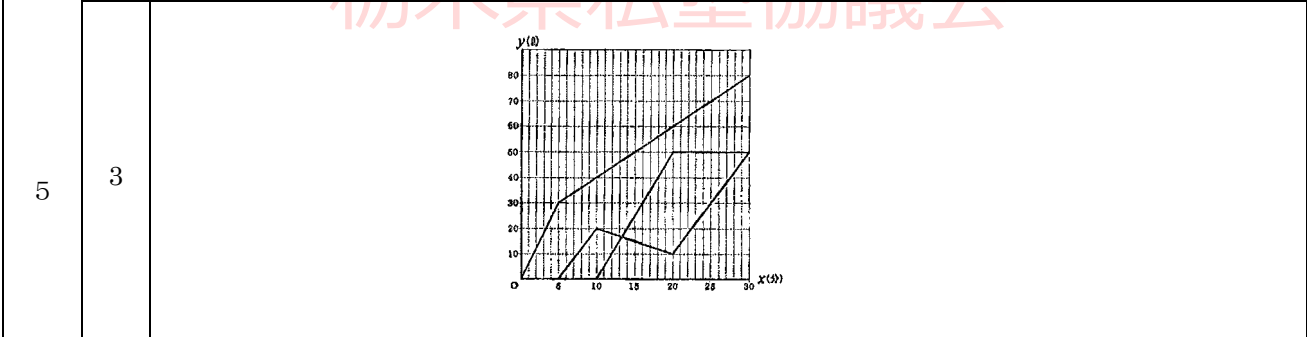
2 cm^2

		解答	
I	1	30	2 $10x^2y$
	3	C	4 $\frac{3x-13}{10}$
	5	$7x-3 > 50$	6 $b = 5a + 10$ または $b = 5(a + 2)$
	7	$x = 1, x = -9$	8 -9
	9	$(x + 3)(x - 1)$	10 29°
	11	45°	12 27π
	13	6 cm	14 エ
2	1		
	2	$\frac{1}{4}$	3 $\frac{3}{2}$
1	<p>Aさんの家からC商店までの道のりを x m, C商店からBさんの家までの道のりを y m とすると,</p> $\begin{cases} x+y=1200 & \dots\dots\text{①} \\ \frac{x}{50} + \frac{y}{60} + 60 + \frac{y}{50} + 5 + \frac{y}{60} = 99 & \dots\dots\text{②} \end{cases}$ $\begin{array}{r} \text{①} \times 3 \qquad 3x + 3y = 3600 \\ \text{②} \times 150 \quad -) \quad 3x + 8y = 5100 \\ \hline \qquad \qquad -5y = -1500 \\ \qquad \qquad \qquad y = 300 \end{array}$ <p>$y=300$ を①に代入すると,</p> $x + 300 = 1200$ $x = 900$ <p>Aさんの家からC商店までの道のり 900 m, C商店からBさんの家までの道のり 300 m は問題に適している。</p> <p>[答] Aさんの家からC商店までの道のり 900 m C商店からBさんの家までの道のり 300 m</p>		

	2	<p>n を整数とすると、連続する 2 つの奇数は $2n-1$, $2n+1$ と表すことができ、それら 2 つの奇数の間にある偶数は $2n$ と表すことができる。連続する 2 つの奇数の積に 1 を加えると、</p> $(2n-1)(2n+1)+1=(2n)^2-1^2+1=(2n)^2$ <p>したがって、連続する 2 つの奇数の積に 1 を加えると、それら 2 つの奇数の間にある偶数の 2 乗になる。</p>
--	---	---

4	1 (1)	<p>[証明] (例)</p> <p>$\triangle ABE$ と $\triangle ADG$ で、 仮定から、 $AB=AD$ …① $AE=AG$ …②</p> <p>また、 $\angle BAE = 90^\circ - \angle DAE$ $\angle DAG = 90^\circ - \angle DAE$ だから、 $\angle BAE = \angle DAG$ …③</p> <p>①, ②, ③から、2組の辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABE \equiv \triangle ADG$</p>	
	(2)	1 : 3	2

5	1	毎分 60	2	48 0
---	---	-------	---	------



6	1	ア	8	イ	4	ウ	2	エ	3
		オ	3	カ	9	キ	2	ク	1007
	2	$\frac{65}{6}$ (cm ²)							

解説

- ② 1 ABの中点をとって、円の中心Oを決める。点A,点Bを中心に円の半径で円を描いて、正三角形を作る。 $\triangle AOC$ 、 $\triangle BOD$ 、 $\triangle OCD$ はすべて正三角形になるので $AB:CD=2:1$ になる。

2 $\frac{a+b}{4}$ が整数になるのは、 $a+b$ が4,8,12のときだから、(1,3) (2,2) (3,1) (2,6) (3,5) (4,4) (5,3) (6,2) (6,6)の9通り。 $\frac{9}{3} = \frac{1}{1}$

3 B (a, a^2) 、C $(a, -\frac{14}{3}a^2)$ よりBCの長さは $\frac{4}{3}a^2$ 、BDの長さが $2a$ 。四角形BDECが正方形になるには、 $\frac{4}{3}a^2 = 2a$ 。これを解いて $a = \frac{3}{2}$

- ④ 1 (1) $\triangle ABE$ と $\triangle ADG$ において、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいこと、直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいこと、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいことなどを示し、合同を導く。

(2) $HC \parallel AB$ より、 $AH:AE=BC:BE=2:6=1:3$ $AE \parallel GF$ より、 $AI:IF=AH:FG=AH:AE=1:3$

2 $AG+GH+HI+IE$ の長さが最小となるのは、 AG, GH, HI, IE が一直線になるときで、縦AD、横ABCABの長方形の対角線を求めればよい。 $\sqrt{12^2+16^2}$

- ⑤ 2 グラフより水そうウの水の量が20ℓになるのは $x=14$ $5 \leq x \leq 30$ のときの水そうアの x, y の関係を表すグラフは、(5, 30)と(30, 80)を通る直線になっている。この直線を $y=ax+b$ とおく。

$x=5, y=30$ を代入して、 $30=5a+b \cdots \textcircled{1}$ $x=30, y=80$ を代入して、 $80=30a+b \cdots \textcircled{2}$ $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ を連立方程式として解くと、 $a=2, b=20$ よって、 $y=2x+20$ $x=14$ を代入して、 $y=2 \times 14 + 20 = 48$ (ℓ)

3 グラフより、 $5 \leq x$ において水そうイにはアから1分間に $20 \div 5 = 4$ (ℓ) ずつ水が入り、 $x=10$ のときには、 $4 \times 5 = 20$ (ℓ)の水が入っている。 $10 \leq x$ のときにはアからイに1分間に4ℓずつ水が入り、イからウに $50 \div 10 = 5$ (ℓ) ずつ水を入れるので、水そうイの水の量は $x=20$ で蛇口Cを閉めるまで、 $4 - 5 = -1$ (ℓ) ずつ増加する。よって、 $10 \leq x \leq 20$ のとき、 $y=20 - 1 \times (x - 10) = -x + 30$ で、(10, 20)と(20, 10)を結ぶ線分となる。そこからは50ℓの満水になるまでの $(50 - 10) \div 4 = 10$ (分間)、毎分4ℓずつ水が入る。よって、 $20 \leq x \leq 30$ のとき、 $y=10 + 4(x - 20) = 4x - 70$ で、(20, 10), (30, 50)を結ぶ線分となる。

4 水そうイと水そうウの水の量が等しくなるのはイとウのグラフの交点となる。最初の交点は $10 \leq x \leq 20$ にあるから、 $y = -x + 30 \cdots$ (イの式)と $y = 5(x - 10) \cdots$ (ウの式)を連立方程式として、 x の値を求めると、 $x = \frac{40}{3}$ (分後) 次に交わるのはグラフより $x = 30$ (分後)

- ⑥ 1 行は1, 2, 3, 3, 3, 2, 1, 1をくり返しているの、左端から8個を1つのまとまりとしている。列については、番号の1から8までは4列必要になっている。 $19 \div 8 = 2$ あまり3より、 $19 = 8 \times 2 + 3$ よって、「19」は 8×2 の「16」の位置から3マス進めた位置になる。よって、「19」の行は3と同じ3行、列は $4 \times 2 + 1 = 9$ (列)より、[3行, 9列] $2014 \div 8 = 251$ あまり6より、 $2014 = 8 \times 251 + 6$ より、2014の行は6と同じ2行、列は $4 \times 251 + 3 = 1007$ (列) よって、その位置は[2行, 1007列]

2 $33 = 8 \times 4 + 1$ より、その位置は[1行, 17列] $43 = 8 \times 5 + 3$ より、その位置は[3行, 21列] $47 = 8 \times 5 + 7$ より、その位置は[1行, 23列] 33から43に移動し、43から47に移動するとき43の上部にできる色が塗られていない部分の三角形において、平行線と線分の比を活用して、底辺を5cmの辺とみると、その高さは $\frac{5}{6} \times 2 = \frac{5}{3}$ (cm) よって、正方形が移動してできる面積は、縦が3cm、

横が7cmの長方形から、白い部分の三角形3つの面積をひいて、 $3 \times 7 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{3} = \frac{65}{6}$ (cm²)